

## PERFIL DE EQUILIBRIO DE PLAYA DE DOBLE CURVATURA; CASO DE ESTUDIO: BAHÍA DE PUERTO MARQUÉS, GUERRERO.

Daphne Prestegui C.<sup>1</sup>, Miguel Ángel Vergara S.<sup>2</sup>, Sergio Cruz L.<sup>3</sup>  
Instituto Politécnico Nacional

<sup>1</sup> Ing. Civil, Estudiante de Maestría en SEPI ESIA-UZ, 07320 México, D.F, daphneprestegui@gmail.com

<sup>2</sup> Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Académico en SEPI ESIA-UZ, 07320 México, D.F, maverg\_ipn@hotmail.com

<sup>3</sup> Dr. en hidráulica, Académico en SEPI ESIA-UZ, 07320 México, D.F, scruczl@ipn.mx

### RESUMEN.

El “perfil de equilibrio” de una playa es resultado de la acción de diversos forzamientos hidrodinámicos, de ahí la dificultad de determinar un único perfil transversal de playa representativo de la misma.

Se establece una función analítica, resultante de la combinación del modelo de ecuación de Dean y un modelo cosenoidal que se ajuste a perfiles continuos de una o doble curvatura.

Para validar esta función, que representa un nuevo modelo, fue necesario usar datos de campo, correspondientes a mediciones de perfiles naturales como fue el estudio de caso de la playa en la Bahía de Puerto Marqués, Guerrero.

Adicionalmente para mayor entendimiento de esta función, se presenta la comparación con otros modelos de ecuaciones que describen el fenómeno del “perfil de equilibrio”.

**Palabras Clave:** Ajuste, Bahía de Puerto Marqués, perfil de equilibrio, procesos dinámicos

### INTRODUCCIÓN

La importancia en el estudio de los perfiles de playa requiere evaluar el estado y los cambios de éstos a través de un análisis complejo que conducen a representaciones matemáticas capaces de esquematizar las formas y de relaciones con la geomorfología, procesos hidrodinámicos y el transporte de sedimentos perpendicular a la playa.

La playa busca una nueva orientación de equilibrio, es decir una nueva configuración morfológica de la línea de costa; a causa de los diversos factores que a ésta afectan, el lecho marino intenta recuperar el equilibrio relacionado con el nuevo patrón de forzamientos actuante, generando zonas de acreción y depositación de sedimentos.

El objetivo de este trabajo es establecer un nuevo modelo de función analítica que integre el perfil de equilibrio transversal medio para una playa, tanto de una o doble curvatura. Para ello se identifica y caracteriza los factores hidrodinámicos derivados de la actuación de una tormenta que impactan en la evolución de los perfiles de la playa a partir del modelo de Dean y de la superposición de un modelo cosenoidal, mismo que fue aplicado a la playa Majahua en la Bahía de Puerto Marqués, Acapulco, Guerrero, México.

Debido a la gran complejidad de la relación de factores hidrodinámicos y del transporte de sedimentos en el proceso morfológico de las playas, se ha generado un importante número de modelos o ecuaciones simplificadas para describir individualmente el perfil transversal de equilibrio de playas, tanto de una curvatura como de doble curvatura para condiciones estáticas (resultado del perfil hasta el final de la acción del oleaje extremo) o dinámicas (resultado de la variación del perfil durante la acción del oleaje extremo).

Algunas de ellas, simples pero útiles, que se aproximan a la geometría del perfil sin manifestar la relación directa con procesos hidrodinámicos o con parámetros del sedimento de las playas; otras ecuaciones son más complejas y relacionan implícita o explícitamente con factores hidrodinámicos. La Tabla I muestra algunas de los modelos de ecuaciones para perfiles de equilibrio, mismas que ofrecen soluciones individuales de los perfiles de la zona de rotura, y de la zona de asomeramiento, ambos de tipo potencial.

TABLA I  
PERFIL DE EQUILIBRIO PARA PLAYAS NATURALES REFERENCIA (GUÍA TÉCNICA DE ESTUDIOS LITORALES, 2006)

Autor	Ecuación
<i>Brunn (1954)</i>	$h(x) = Ax^{\frac{2}{3}}$
<i>Dean (1977)</i>	$h(x) = Ax^{2/3}$
<i>Hughes y Chiu (1978)</i>	$h(x) = 0.10x^{2/3}$
<i>Bowen (1980)</i>	$A = \left(\frac{7.5 W_f}{g}\right)^{\frac{2}{3}}$
<i>Moore (1982)</i>	$A = 0.067W_f^{0.44}$
<i>Vellinga (1983)</i>	$h(x) = 0.7\left(\frac{H_o}{L_o}\right)^{0.17} W_f^{0.44} x^{0.78}$
<i>Houston (1996)</i>	$A = 0.21 D^{0.48}$
<i>Larson (1999)</i>	tramo rotura $h(x) = Ax^n$
	tramo asomeramiento $h(x) = Ax^{0.25}$

Donde:

$x$  = distancia horizontal desde la línea de orilla (m)

$h$  = es la profundidad (distancia vertical desde el NMM, hasta el fondo del perfil) a la distancia  $x$  (m)

$A$  = Parámetro de forma ( $m^{1/3}$ )

$D_{50}$  = diámetro medio del sedimento (mm)

$H_o/L_o$  = relación de esbeltez de la ola (adimensional)

$g$  = constante de aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )

$w_f$  = la velocidad de caída del sedimento (m/s)

## DESARROLLO DEL MODELO PROPUESTO

Para el desarrollo de este modelo se asume la existencia de dos tramos diferenciados en el perfil, asociados básicamente a la zona de rotura y a la zona de asomeramiento. El primero se delimita entre la barra sumergida y la berma en lo alto de la playa, mientras que el segundo se extiende desde la barra hacia mar adentro, como se indica en la figura 1.

En primera instancia se considera que el perfil en la zona de rotura tiene la geometría definida por el modelo potencial de Dean (1977) semejante al de Brunn (1954) indicados en la tabla I, sin embargo es modificado por una función cosenoidal de tipo trocoidal. Para el tramo en la zona de asomeramiento, la geometría del perfil está sujeto a las dimensiones de la barra; ambos tramos se constituyen en una curva continua de la forma:

$$h = Ax^{2/3} + K_1 b \cos(\theta) + d_{xo} \quad Ec. (1)$$

El primer término del segundo miembro de la ecuación 1, corresponde al modelo estático (Dean 1977), donde:

$A$  es un parámetro de forma, dependiente principalmente de las características del sedimento de la playa e igual a

$$A(D_{50}) = (24D_e/5\rho \zeta_b^2 g^{3/2})^{2/3} \quad Ec (2)$$

Cuyos valores se aproximan a los siguientes e indicados en IMT (NOM M.PRY.PUE.1.07.001, Ejecución de estudios de transporte litoral, 2006):

$$A = 0.41 D_{50}^{0.94} \quad \text{Si } D_{50} < 0.4 \quad \text{Ec. (3)}$$

$$A = 0.23 D_{50}^{0.32} \quad \text{Si } 0.4 \leq D_{50} < 10 \quad \text{Ec. (4)}$$

$$A = 0.23 D_{50}^{0.23} \quad \text{Si } 10 \leq D_{50} < 40 \quad \text{Ec. (5)}$$

$$A = 0.46 D_{50}^{0.11} \quad \text{Si } D_{50} \geq 40 \quad \text{Ec. (6)}$$

$D$  ( $D_e$ ) es la disipación de energía en función del diámetro del sedimento  $D_{50}$  (mm)

$H$ , profundidad del perfil de playa (m)

$x$ , distancia a lo largo del perfil medido a lo largo de la playa (m)

$b$ , altura de la berma o barra (m)

$\rho$ , densidad del agua ( $\text{kg/m}^3$ )

$g$ , aceleración de la gravedad ( $\text{m/s}^2$ )

$\zeta_b$ , índice de profundidad de rompiente del olaje (adimensional)

$K_l$ , coeficiente de calibración = 0.43 (adimensional)

$d_{x0}$ , constante que determina la altura o elevación de posición de la berma (m)

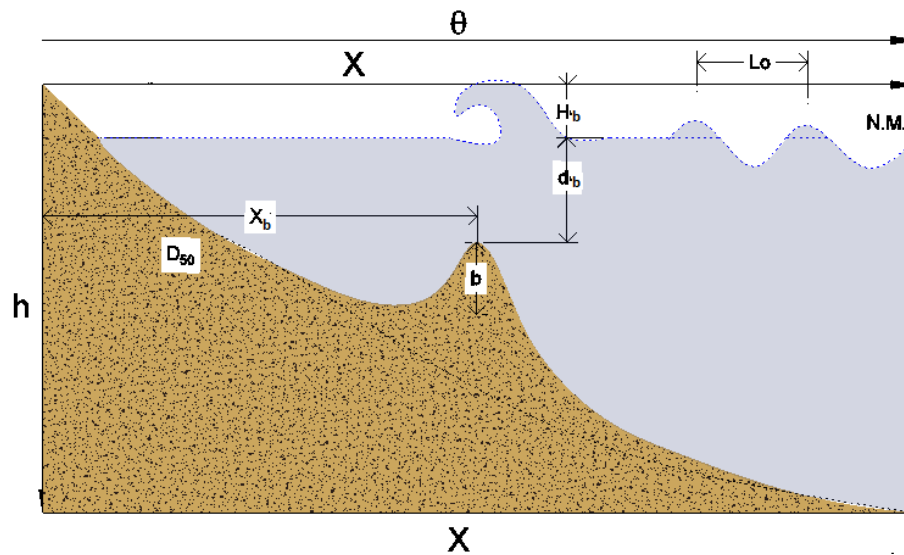


Figura. 1. Perfil de equilibrio y parámetros del modelo propuesto

El segundo y tercer término de la ecuación 1, corresponde a la ecuación de un coseno modificado. La suma de estos tres términos constituye un modelo estático del perfil de equilibrio del perfil continuo,

donde:

$db$ , profundidad de la barra

$xb$ , distancia desde el origen del perfil hasta la cresta de la barra

$b$ , altura de la barra

$Hb$ , altura de la ola rompiente

$L_0$ , Longitud de la ola en aguas profundas, dependiente del periodo  $T$

$\theta$ , ángulo de fase de la función coseno, y

$NMM$ , nivel del de referencia igual al Nivel Medio del Mar

Siendo el valor de  $z$  (Takaeda and Sanamura, 1983b, Tomada de: V.C. LAKHAN & A.S. TRENHAILE, (1989)), equivalente a

$$b = 0.035 T \sqrt[3]{g H_b} \quad \text{Ec. (7)}$$

y la altura de la ola rompiente ( $H_b$ ) (Kormar and Gaughan's, 1972, Tomada de: V.C. LAKHAN & A.S. TRENHAILE, (1989)), igual:

$$H_b = H_o(0.56)(H_o/L_o)^{-0.2} \quad \text{Ec. ( 8)}$$

la longitud de ola en aguas profundas ( $L_o$ ) es iguala:

$$L_o = (gT^2)/2\pi \quad \text{Ec. (9)}$$

El ángulo de fase  $\theta$ , tiene la forma de

$$\theta = (\pi/2 L_b) x_r \quad \text{Ec. ( 10)}$$

Mientras que  $L_b$ , Tomada de: V.C. LAKHAN & A.S. TRENHAILE, (1989)) (distancia desde el origen del perfil hasta su cruce con el eje de la barra) es igual a

$$L_b = x_b / \cos(\phi); \quad \phi = \arctan(m) \quad \text{Ec. (11)}$$

Siendo  $\phi$  la pendiente de la playa, que se puede calcular con la ecuación siguiente (Saramura, 1984b. , Tomada de: V.C. LAKHAN & A.S. TRENHAILE, (1989)):

$$\phi = (0.013 / (H_b/g^{0.5} D^{0.5} T)^2) + 0.15 \quad \text{Ec. (12)}$$

la distancia ( $x_b$ ) se calcula con la expresión despejada de la ecuación de Dean (haciendo  $h = d_b$ )

$$x_b = (d_b/A)^{3/2} \quad \text{Ec. (13)}$$

y la profundidad  $d_b$  de la berma con

$$d_b = H_b / \zeta_b \quad \text{Ec. ( 14)}$$

$\zeta_b$  es el índice de rompiente, que según Dean y Dalrymple (1994) (Tomada de: VERGARA SÁNCHEZ, 2005), su valor es el siguiente:

$$\zeta_b = 0.78$$

## APLICACIÓN AL CASO DE ESTUDIO

Puerto Marqués se ubica en el Municipio de Acapulco, Guerrero, al sureste de la Bahía de Acapulco. Cuenta con tres playas principales, distribuidas como se muestra en la Figura 2. Las playas son; Pichilingue, de Puerto Marqués y Majahua. De estas tres, la segunda y la tercera son de interés para el estudio de transporte de sedimento perpendicular a la playa, debido a los problemas de erosión constantes.



Figura. 2. Bahía de Puerto Marqués y sus tres playas principales; Pichilingue, Puerto Marqués y Majahua.

En la figura 3, se ubican el trazo de las secciones transversales de playa, en consecuencia de los perfiles de playa de interés, correspondientes a estudios batimétricos para diferentes fechas, de la época de tormentas.



Figura. 3. Ubicación de las secciones transversales representativas. Playa de la Bahía de Puerto Marqués.

De estos estudios, se obtuvieron las principales variables y parámetros que se relacionan con factores que ayudaron a caracterizar el proceso de transporte de sedimentos perpendicular a la playa, entre ellos:

- Distribución espacial y temporal de sedimento que componen los perfiles de playa; forma y distribución granulométrica, densidad, peso específico.
- Patrones Hidrodinámicas que se generan directamente en el entorno de la playa: estado del mar, propagación de olas, corrientes, mareas astronómicas y de tormenta.
- Respuesta de la playa ante la presencia de estructuras como; muros paralelos, instalaciones portuarias,
- Características Morfológicas, variabilidad del trazo de las playas en planta, barras, bermas, pérdida de sedimento en dunas, etc.

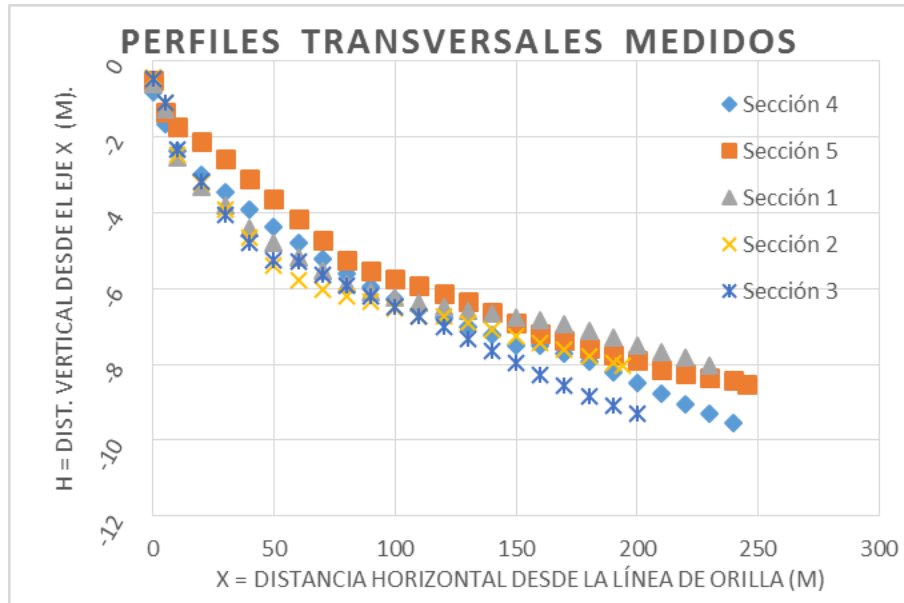
De estos parámetros y variables, se tomando los datos de los datos del proyecto del estudio de agitación con modelación numérica en el sureste de la bahía de puerto Marqués, Acapulco, Guerrero, los necesarios como condiciones iniciales para la aplicación del modelo de perfil de equilibrio propuesto. Estos parámetros se considerados como “invariantes del perfil”, y se indican en la tabla II, mismos que corresponden a la condición de un perfil estático:

- El tamaño de grano del sedimento de la playa ( $D_{50}$ )
- Oleaje: Altura de ola en aguas profundas ( $H_o$ ) y periodo de la ola ( $T$ )

TABLA II  
DATOS RECOLECTADOS DE LA BAHÍA DE PUERTO MARQUES

<b>Datos:</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidad</b>
$D_{50}$	1.12	mm
$H_o$	5	m
$T$	8.5	seg

De los levantamientos batimétricos (referidos a niveles del mar diferentes) se seleccionaron cinco perfiles, denominados medidos, gráfica 1, considerados representativos del sitio de estudio, mismos que sirvieron para validar la función analítica propuesta. Estos perfiles fueron manipulados para que coincidan con el Nivel de referencia (NBMI) utilizado.

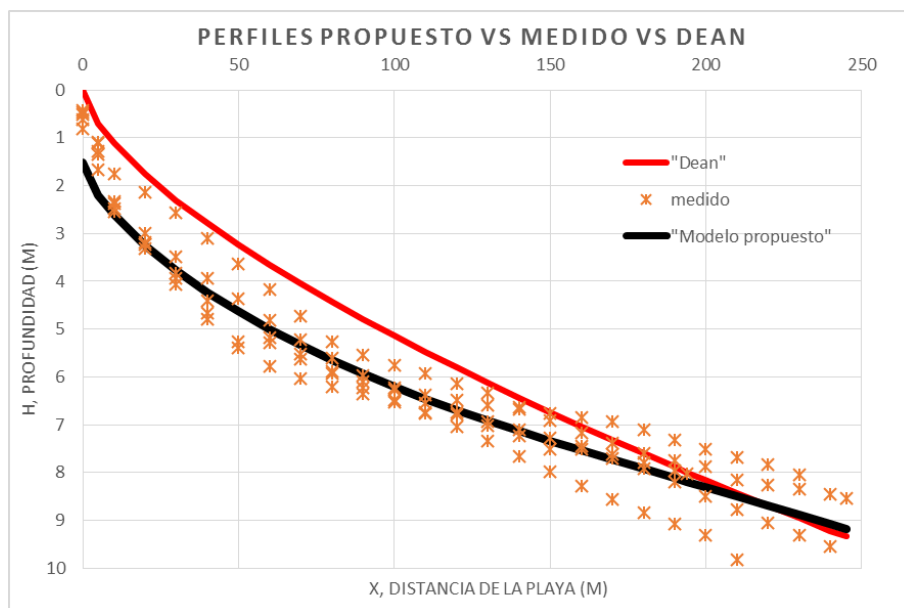


Gráfica. 1. Perfiles de playa representativos del sitio de estudio

Con la información anterior y con el uso de las ecuaciones 1 a la 14, se determinaron los siguientes valores:

$$L_o = 112.71 \text{ m}; A = 0.238; H_b = 5.22 \text{ m}; \zeta_b = 0.78; d_b = 6.69 \text{ m}; x_b = 148.68 \text{ m}; L_b = 150.47 \text{ m}; z = 2.12 \text{ m}; \phi = 0.15; \\ b = 0.91 \text{ m}; B_h = 4.11 \text{ m}; d_{x0} = 0.6 \text{ m}; K_I = 0.43$$

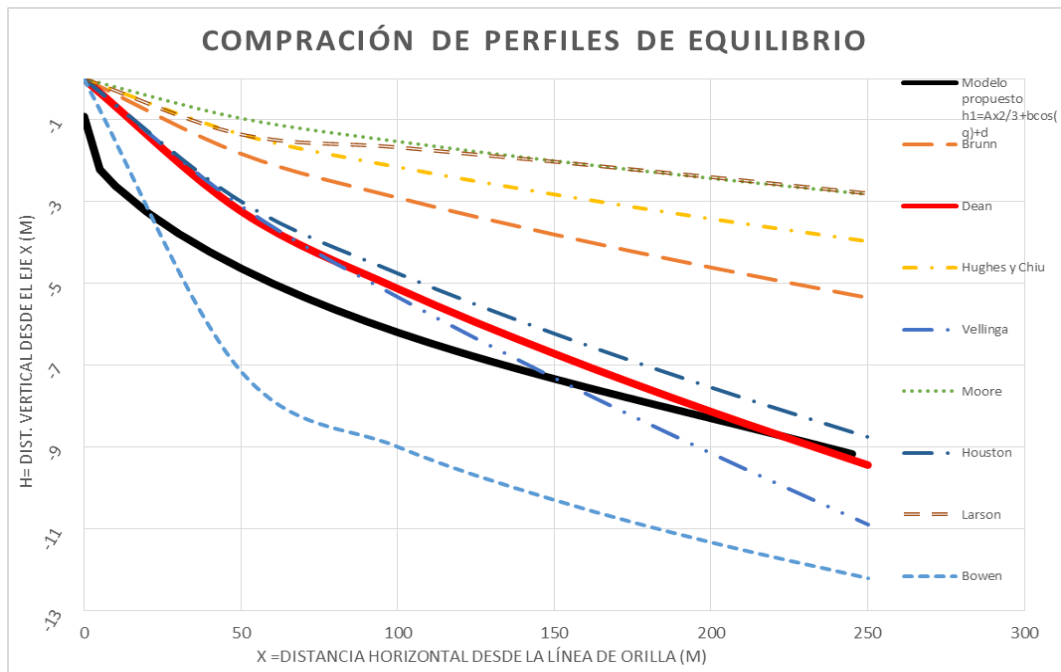
Con estos resultados se representó la gráfica correspondiente al perfil de equilibrio de acuerdo con el modelo analítico propuesto. Gráfica 2. También muestran los perfiles medidos representativos de playa, indicados en la Gráfica 1, sobre los cuales se superpone el de Dean, que resultó el de mejor ajuste.



Gráfica. 2. Comparación entre las secciones medidas representativas de la playa vs. el perfil teórico de Dean (1977) vs. el modelo analítico propuesto.

## COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS

Con base a los datos indicados en la Tabla II, y siete modelos seleccionados de la Tabla I, se determinaron los perfiles respectivos y que se presentan en la Gráfica 3

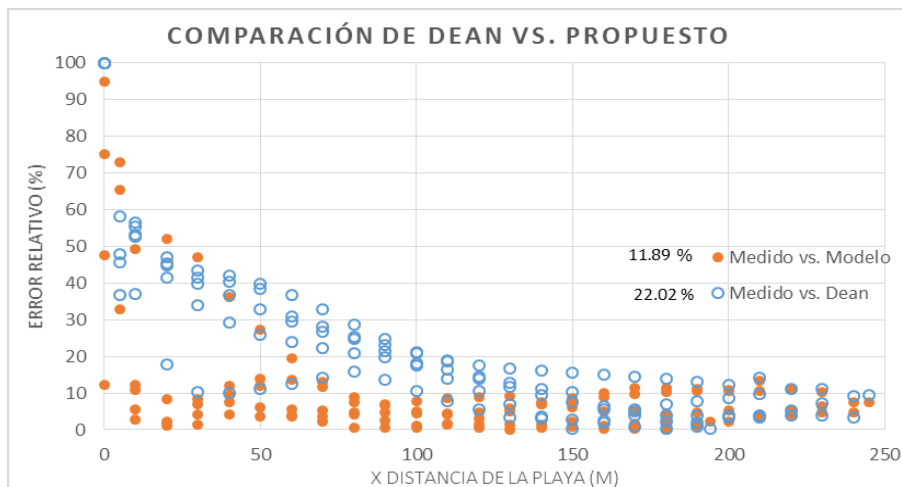


Grafica 3. Solución gráfica de los perfiles teóricos de Brunn (1954), Dean (1977), Hughes Y Chiu (1978), Bowen (1980), Moore (1982), Vellinga (1983), Houston (1996) y Larson (1999)

Se muestran los perfiles medidos representativos de la playa sobre los cuales se superpone el de modelo de Dean y como el modelo propuesto es comprobable con ellos.

## ANÁLISIS DE ERRORES

Obtenidos los resultados anteriores, se procedió a cuantificar el error relativo que tiene el modelo propuesto y el de Dean, respecto a los perfiles medidos. El resultado se presenta en la siguiente Gráfica 4.



Grafica. 4. Error porcentual del modelo de Dean Vs. El modelo propuesto

Esta grafica permite, verificar un mejor acercamiento a los datos reales a través del modelo desarrollado.

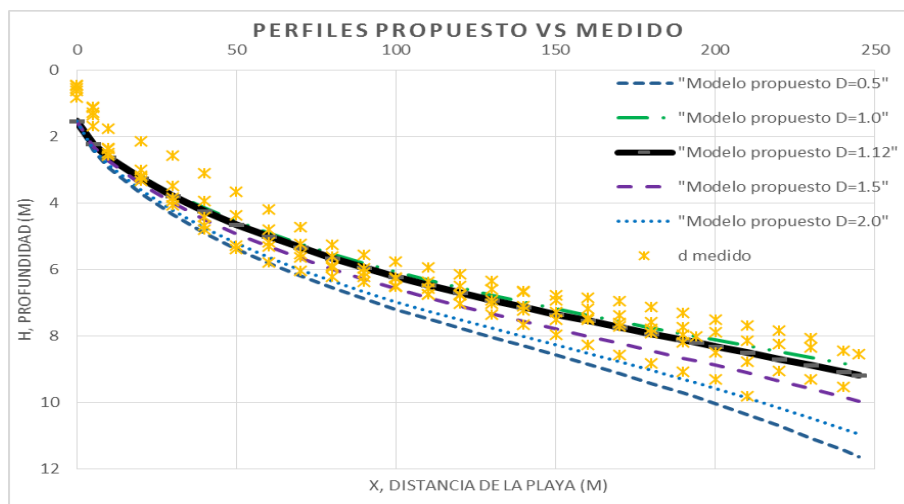
## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

La finalidad de aplicar este método es identificar los posibles escenarios del modelo propuesto, los cuales se pueden identificar como:

Que tanto se mejora y si se puede disponer a confiar el grado de eficacia del modelo que se propone. Este ejercicio se comporta de manera muy diferente con cada variable, por lo que se debe analizar por su nivel de incertidumbre, pero también por el posible mejoramiento que representa.

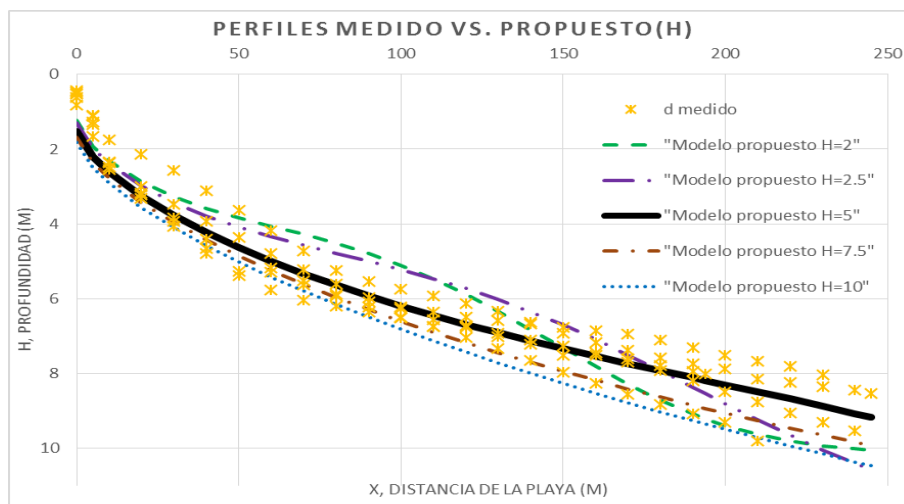
Este ejercicio se realizó para identificar las características de equilibrio del perfil de playa alterando algunas variables, entre las que se destacan el diámetro de arena natural y la altura del oleaje.

En la Gráfica 5, se observan una nube de cruces que representan los valores reales de diferentes perfiles en la región de Playa en la Bahía de Puerto Marqués, y las diferentes curvas de perfil de equilibrio de playa para diferentes diámetros posibles, que varían de 0.5 mm hasta 2 mm.



Grafica 5. Comparación de Perfiles medidos vs. P.E. de Dean y del Modelo propuesto para diferentes diámetros de arena.

Por otro lado, en la Gráfica 6 estos perfiles fueron variados para diferentes alturas de olas que se modifican en el rango de 2 a 10 m, donde es notorio que en 2 perfiles se acentúan curvaturas.



Grafica 6. Comparación de Perfiles medidos vs. P.E. de Dean y del Modelo propuesto para diferentes alturas de oleaje.



## CONCLUSIONES

El modelo desarrollado para representar el perfil en equilibrio, muestra su capacidad para posibilitar comparaciones objetivas y en este sentido el ajuste de curvas que permitieron llegar a coeficientes que mostraron ser de gran aproximación.

El objetivo de la ecuación propuesta, se puede verificar con el porcentaje mostrado de la Gráfica 5 de error, las cuales señalan no solo una gran mejora en comparación de la ecuación de Dean (1977) que resulta del 22.02% vs. los datos medidos, sino también un gran ajuste que se manifiesta con un 11.89 % de error vs. los datos de campo.

Observando el análisis de sensibilidad aplicado, lo que representa las barras y termina por corroborar que el modelo es capaz de considerar el cálculo de un perfil con barras.

El perfil de una curvatura solo se utiliza el parámetro del diámetro del sedimento; en cambio, con solo tres parámetros relativamente fáciles de obtener (diámetro del sedimento ( $D_{50}$ ), altura de oleaje ( $H_o$ ) y el periodo ( $T$ )), se pueden determinar un mejor perfil de equilibrio doble curvatura.

## REFERENCIAS

- [1] BERNABEU, A., MEDINA, R., VIDAL, C., & MUÑOZ-PEREZ, J. (2001). Estudio morfológico del perfil de playa: modelo de perfil de equilibrio en dos tramos. *Rev. Soc. Geol. De España*, 222-236.
- [2] DE LA PEILA OLIVAS, JOSÉ MANUEL, (2007). Guía técnica de estudios litorales (MANUAL DE COSTAS), Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. 302-335.
- [3] ARCILLA, A.-S., & JIMENÉZ, J. A. (1994). Ingeniería de playas (i): conceptos de morfología costera. *Ingeniería del agua*, 97-114.
- [7] PINEDA, J. M., F., R. R., SANDOVAL, L. F., LÓPEZ, A. B., HERNÁNDEZ, J. P., GÓMEZ, A. G., & GONZÁLEZ, M. B. (2003). Estudio de la hidrodinámica costera de la zona marítima en la bahía de puerto Marqués, en Acapulco, Guerrero. México: Instituto Politécnico Nacional.
- [8] MEDINA, R., VIDAL, C., & MUÑOZ-PEREZ, J. (2001). Estudio morfológico del perfil de playa: modelo de perfil de equilibrio en dos tramos. *Rev. Soc. Geol. De España*, 227-236.
- [9] LABORATORIO DE INGENIERÍA, Y. P. (2012). Estudio de los efectos de la construcción de la marina puerto Majahua en la dinámica y transporte de sedimento costero en la bahía de Puerto Marques, Guerrero. MÉXICO: Instituto de ingeniería, UNAM.
- [4] CRUZ LEÓN, S. (2002). Proyecto del estudio de agitación con modelación numérica en el sureste de la bahía de puerto Marqués, Acapulco, Guerrero. México: Instituto Politécnico Nacional.
- [5] VERGARA SÁNCHEZ, M. Á., CRUZ LEÓN, S., & BAUTISTA ROMERO, C. (21-24 de Julio de 2005). Propuesta de restauración de la playa Majahua en puerto marqués, gro. Querétaro, Querétaro, México: 1er congreso iberoamericano sobre sedimentos y ecología.
- [6] V.C. LAKHAN & A.S. TRENHAILE, (1989). Applications in coastal modeling. Canada, Department of Geography, University of Windsor, 159-203
- [10] KNEZEK, E. B. (Diciembre de 1997). Equilibrium beach profile Measurement and sediment analysis: Mustang Island, Texas. Equilibrium beach profile Measurement and sediment analysis: Mustang Island, Texas. California, U.S.A.: Institutional Archive of the Naval Postgraduate School.
- [11] KARUNARATHNA, H., REEVE, D., & SPIVACK, M. (2007). On modelling beach profile evolution. 1-9.
- [12] DEAN, R. G. (1991). Equilibrium beach profiles: Characteristics and applications. *Journal of Coastal Research*, 53-84.
- [13] BODGE, K. (1992). Representing equilibrium beach profiles with an exponential expression. *Journal of Coastal research*, 47-55.

## NOMENCLATURA

$A$  = parámetro de escala que depende principalmente de las características del sedimento de la playa. ( $m^{1/3}$ )

$b$  = altura de la berma o barra (m)

$K_I = 0.43$  (adimensional)

$\cos(\theta)$  = define el coseno del ángulo de fase ( $\theta$ )

$D_{50}$  = diámetro medio del sedimento. (m)

$d_b$  = altura de a la berma (m)

$\zeta_b$  es el índice de rompiente (adimensional)

$d_{vo}$  = altura con respecto al primer escalón definido por la pendiente en el estrán. (m)

$g$  = constante de aceleración de la gravedad. ( $m/s^2$ )

$H_b$  = altura de la ola en la rompiente (m)

$H_o/L_o$  = relación de esbeltez de la ola. (adimensional)

$L_b$  = longitud del perfil hasta la berma (m)

$L_o$  = Longitud de ola en aguas profundas. (m)

$\phi$  la pendiente de la playa. (adimensional)

$w_f$  = la velocidad de caída del sedimento. ( $m/s$ )

$x$  = distancia horizontal desde la línea de orilla. (m)

$x_b$  = distancia de la costa hasta la berma sobre el eje x. (m)

$h$  = distancia vertical desde el eje x hasta tocar con el fondo del perfil. (m)

$\theta = f$  (ángulo de fase)